

Matematica per la Logistica

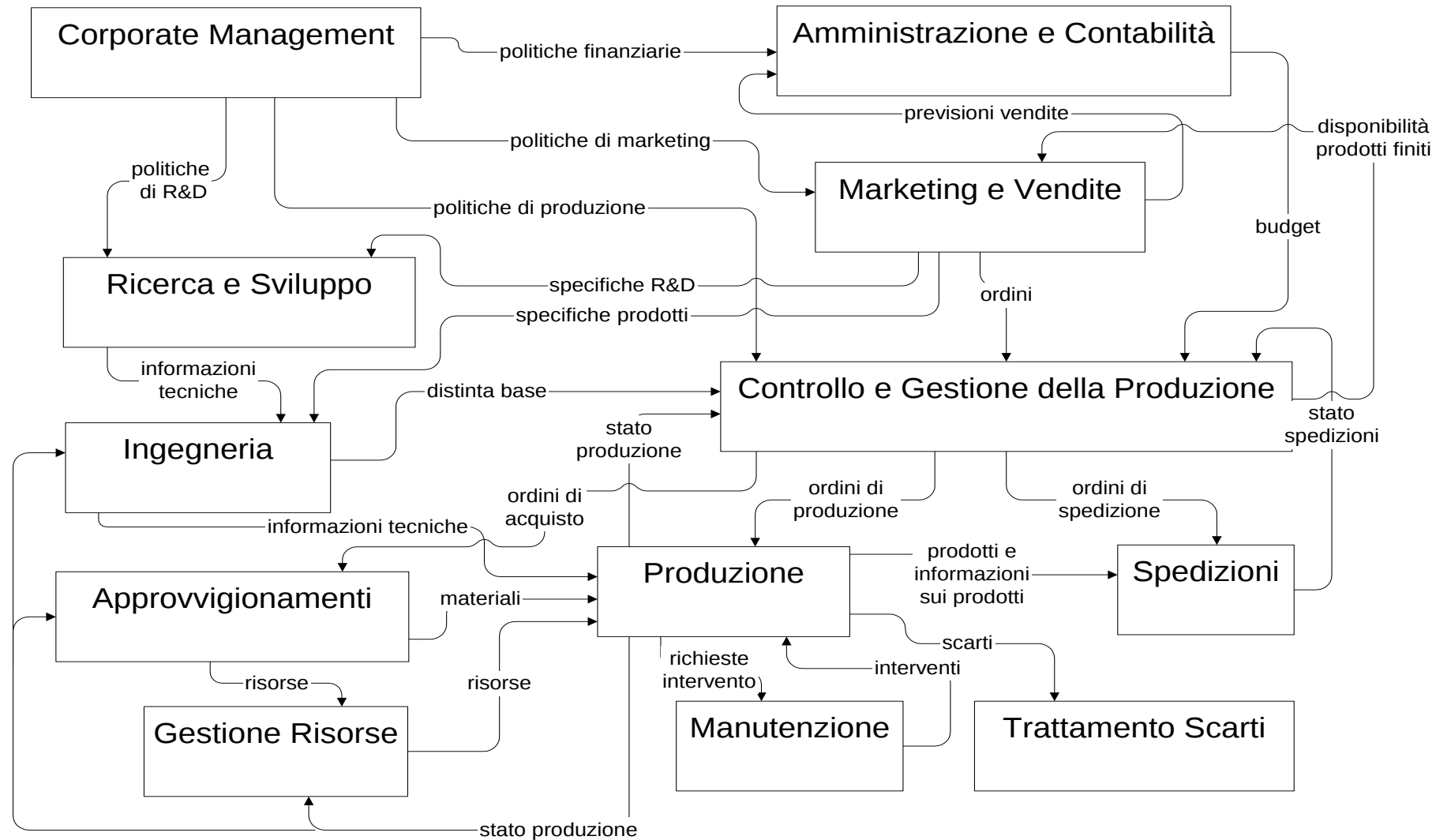
Raffaele Pesenti

Indice

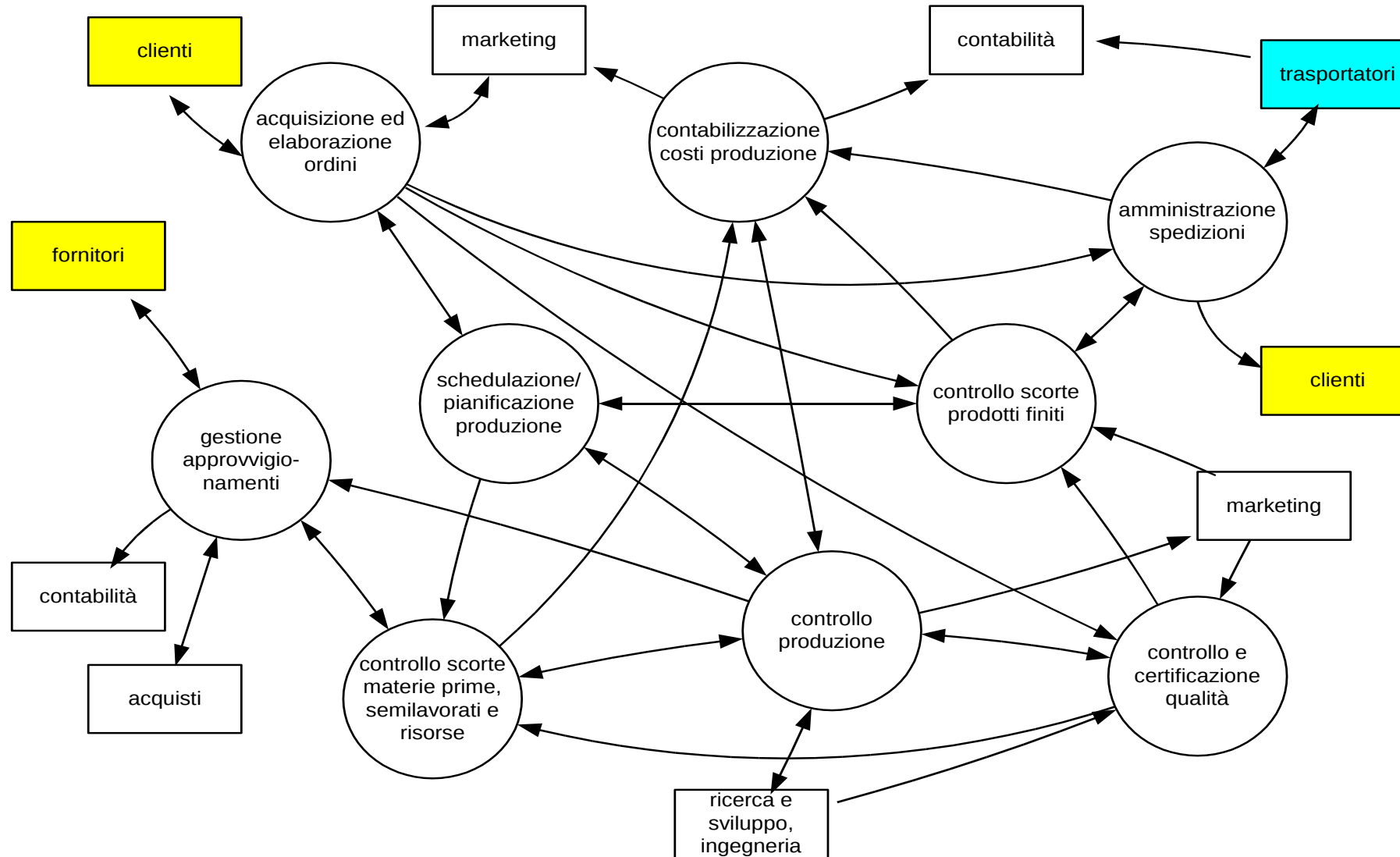
- Logistica
- Scorte
- Decision Making
 - Dimensionamento scorte singolo periodo
 - Limiti dei modelli matematici
- EOQ

Logistica

Struttura classica di un'azienda



Flusso delle informazioni



Cosa è la logistica?

Insieme delle attività gestionali relative all'intero processo che regola il flusso e l'immagazzinamento delle materie prime, semilavorati e dei prodotti finiti.

Convenzionalmente la catena logistica viene suddivisa in:

- materials management (*logistica interna*),
- distribuzione fisica (*logistica esterna*),
- logistica inversa (*reverse logistics*).



Visione integrata della logistica

In logistica si ritiene che tutte le principali funzioni debbano essere ottimizzate in modo integrato e non ottimizzate separatamente.

In particolare tutte le seguenti funzioni dovrebbero essere considerate:

- trasporto
- immagazzinamento
- movimentazione materiali
- imballaggio
- flusso informazioni
- servizio al cliente
- locazione impianti

Scorte

Scorte

Che cosa sono?

sono i materiali all'interno del processo logistico produttivo (che aspettano di essere utilizzati, lavorati, assemblati, distribuiti, venduti, adoperati, consumati, ecc.).

In pratica qualunque cosa:

- materie prime;
- semilavorati, componenti, subassemblati;
- work in process*;
- prodotti finiti.

* WIP - scorte presenti/caricate nei reparti produttivi in attesa di lavorazione (o in lavorazione), non caricate nelle scorte a magazzino

Ragioni delle scorte

Perché tenere delle scorte?

- motivo “**transazionale**”

ridurre i costi fissi (es. di trasporto), economie di scala: i costi sono meno che proporzionali alla quantità;

- motivo “**precauzionale**” e/o di “**smoothing**”

garanzie contro le incertezze dei fornitori, dei trasporti, della produzione, del mercato in sostanza le scorte “disaccoppiano” processi contigui cioè ne riducono la mutua influenza e ne facilitano la gestione - caso particolare *scorta stagionale*;

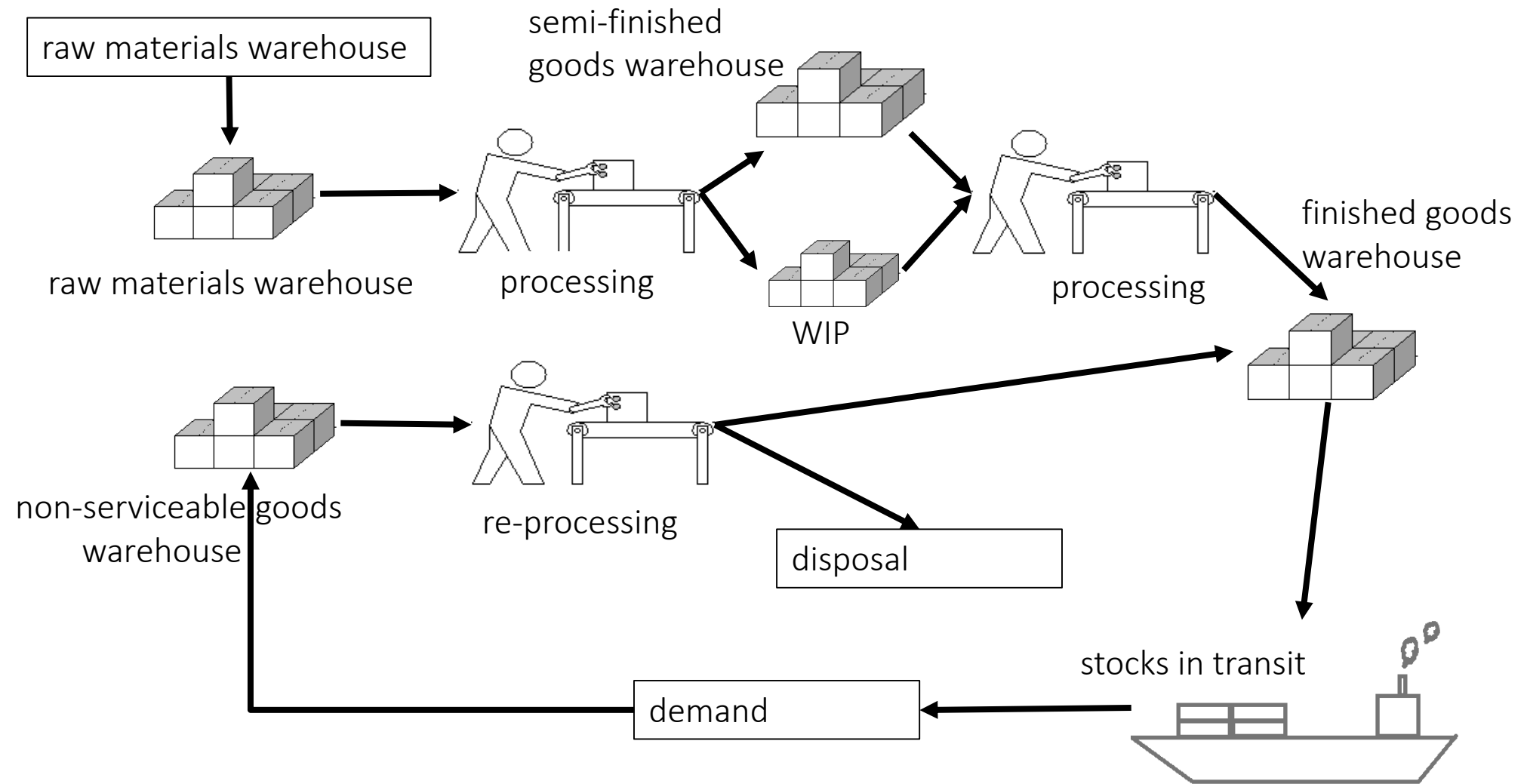
- motivo “**speculativo**”

aumenti di valore o di costo attesi o previsti;

Ragioni delle scorte

- altro
 - *scorte viggianti o pipeline*: dovute ai tempi non nulli di trasporto;
 - *scorte logistiche*: dovute a meccanismi strutturali della catena logistica, e.g., dimensione minima lotto acquistabile, garanzia copertura di un certo intervallo di tempo dei fabbisogni - *scorte da lotto*;
 - *scorte di fine vita del prodotto (all-time stock)*: scorte create in vista della sospensione della produzione di un bene;
 - *scorte da costi di controllo*: dovute a costi di controllo del magazzino superiori a quelle delle scorte.

Esempio



Costi delle scorte

Perché non tenere delle scorte?

- le scorte non producono valore aggiunto e costano
- le scorte comportano dei costi che vanno oltre specifico costo di acquisto della merce considerata

Classificazione dei costi

- **costi fissi:** costi pressoché indipendenti dal volume delle attività;
- **costi variabili:** costi funzione del volume delle attività, in prima approssimazione proporzionali;
- **costi diretti:** costi direttamente associabili ad uno specifico prodotto
- **costi indiretti:** costi non direttamente associabili ad un singolo prodotto

Tali costi sono ortogonali, quelli indiretti sono spesso difficilmente valutabili.

Modellamento dei costi

I costi delle scorte vengono modellati in tre grandi famiglie

- costo di mantenimento;
- costo di rifornimento;
- costo di penuria.

Costo di mantenimento

Costo di mantenimento:

modella tutti quei costi legati alla presenza di merci in magazzino

- oneri finanziari ;
- costi di opportunità;
- oneri da rischio;
- costi assicurativi;
- costi di immagazzinamento;
- costi gestionali.

In generale dipende dal livello delle scorte e dal loro tempo di permanenza in magazzino: costo variabile (in genere stimato intorno al 10-20% del valore della merce l'anno)

Costo di rifornimento

Costo di rifornimento (anche d'ordine):

modella tutti quei costi legati all'emissione e all'esecuzione di un ordine di rifornimento

- costi personale;
- costi accessori (stampati, ammortamento impianti usati);
- costi trasporto;
- costi acquisto*.

In generale è ritenuto avere una componente fissa e una variabile proporzionale alle dimensioni dell'ordine (se vengono considerati i costi di acquisto)

*in letteratura e in pratica non c'è accordo completo, ma è comunque indifferente.

Costo di penuria

Costo di penuria:

quantifica economicamente le motivazioni di mantenimento di scorte

- rischio di *rottura di scorta*;
- blocco della produzione, mancata vendita, disaffezione del cliente, ecc....

Il costo di penuria è ritenuto variabile proporzionale a:

- quantità non soddisfatta se vi è *mancata vendita (lost-sales)*;
- quantità non soddisfatta e tempo di attesa se è possibile una consegna in ritardo (*back-order*).

Osservazione

- scorte eccessive inducono
 - oneri economici,
 - spreco risorse;
- scorte ridotte inducono
 - disequilibrio nel ciclo produttivo,
 - impossibilità di rispondere alla domanda del cliente.

La gestione ottimale del magazzino risponde ad esigenze strategico-tattiche fondamentali per una azienda.

Interdipendenza dei costi

Nella catena logistica:

- il **costo di ordine** è legato alle relazioni tra magazzino e fornitore;
- il **costo di penuria** è legato alle relazioni tra magazzino e cliente;
- ridurre le scorte riduce i costi di mantenimento, ma aumenta i costi di ordine e penuria, viceversa scorte più elevate aumentano i costi di mantenimento, ma riducono quelli di rifornimento e di penuria.



Conseguenze

Si può cercare di tenere le scorte al minimo, o non tenerne addirittura, per abbattere i costi di mantenimento?

obiettivo scorte zero

Solo con un integrazione con clienti e fornitori in modo da ridurre aleatorietà e abbattere costi di ordine e di penuria, in modo da effettuare i rifornimenti solo quando il materiale dev'essere adoperato.

Just-In-Time (JIT)

Equilibrio dei costi

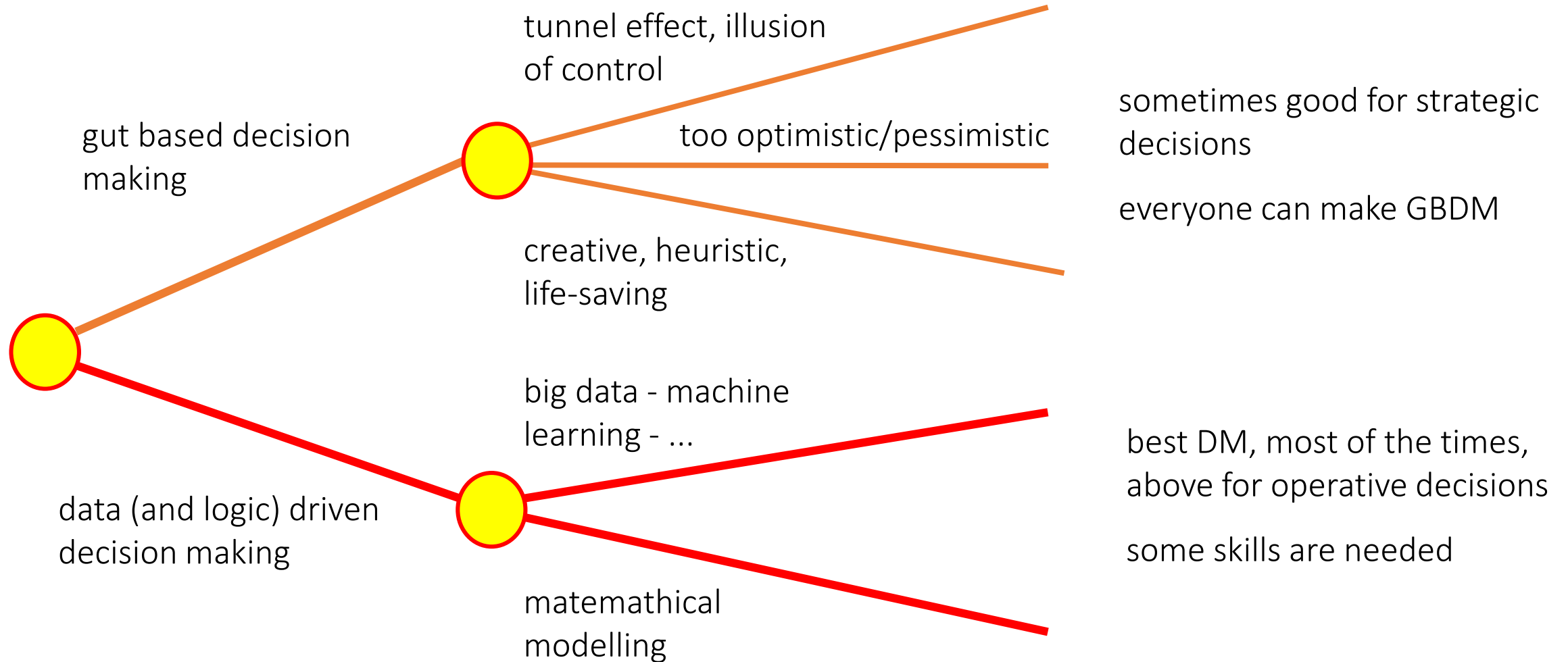
Non sempre l'obiettivo scorte zero è raggiungibile:

tenere delle scorte è spesso inevitabile, si deve fare nel modo meno oneroso, quindi

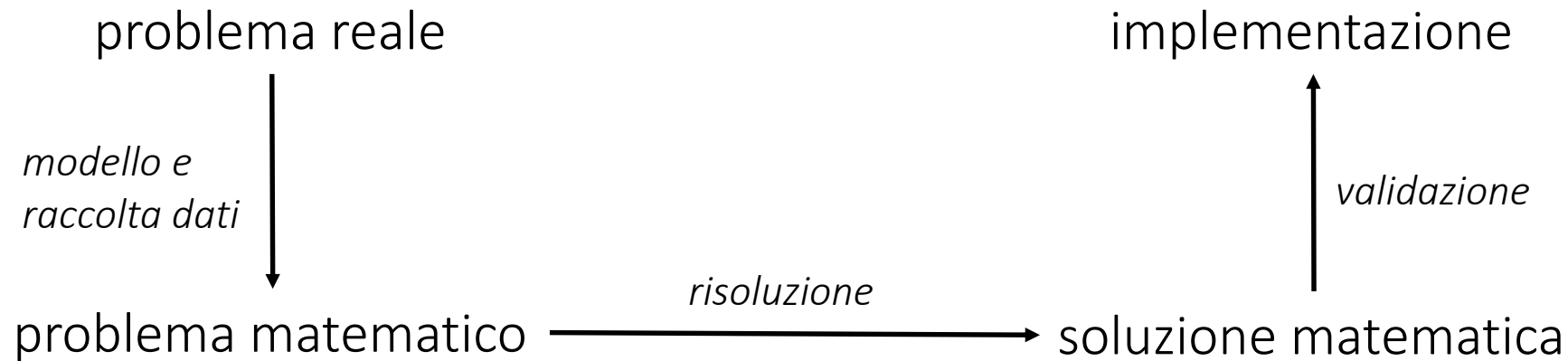
si tratta di trovare il punto di equilibrio più conveniente

Decision making

Come si prende una decisione?



Come si affronta un problema?



Il processo di risoluzione matematica:

- utilizza strumenti formali “coerenti” e non ambigui,
- non richiede di intervenire sul sistema,
- permette di effettuare, anche in parallelo, l’analisi di più scenari

Regole pratiche

Nell'affrontare un problema di gestione di scorte si deve:

- individuare gli attori decisionali coinvolti, anche a monte e a valle della catena logistica (e.g., responsabile magazzino, rappresentanti fornitori, responsabile produzione);
- determinare potere decisionale degli stessi;
- determinare le componenti del costo;
- determinare i vincoli;
- determinare eventuali stocasticità.

Per ognuno dei suddetti elementi si devono inoltre determinare le componenti realmente significative.

Dimensionamento scorte singolo
periodo

Problema

Dimensionamento scorte singolo periodo

Quanta merce (dimensione del lotto) comprare per rispondere ad una domanda stocastica su un singolo periodo e massimizzare il guadagno.

Modello

- singolo decisore
- variabili decisionali:
 - quantità ordinata (dimensione del lotto);
- obiettivo:
 - massimizzare il guadagno;
- dati:
 - costi, ricavi, domanda, scorte iniziali;
- disturbo:
 - stocasticità della domanda cumulata fine periodo.

Modello: ipotesi sui dati

- orizzonte: singolo periodo T ;
- domanda stocastica:
 - complessiva nel periodo: D ;
- lead time nullo;
- scorta iniziale: I ;
- costi:
 - costo fisso per ordine: K ,
 - costo variabile per ordine: c ,
 - costo penuria: p ,
 - costo mantenimento: h ;
- ricavo unitario B .

Modello

- obiettivo:

poiché il guadagno nel periodo risulta essere in funzione della domanda stocastica D

$$S_i = I + Q$$

$$S_f = S_i + D$$

$$G(Q, D) = B \min\{S_i, D\} - (K\delta(Q > 0) + cQ + h \max\{S_f, 0\} + p \max\{-S_f, 0\})$$

$$Q \geq 0$$

l'obiettivo da minimizzare è il valore atteso del guadagno

$$\max_Q E\{G(Q, D)\} = \sum_{k=0}^{\infty} P(D = K)G(Q, K)$$

soluzione con supporto di sw.

Limiti dei modelli matematici

Esempio

Si consideri il seguente banale problema decisionale:

Date le attuali previsioni del tempo, vale la pena prendere l'ombrello?

Costruzione modello

Attore: il soggetto

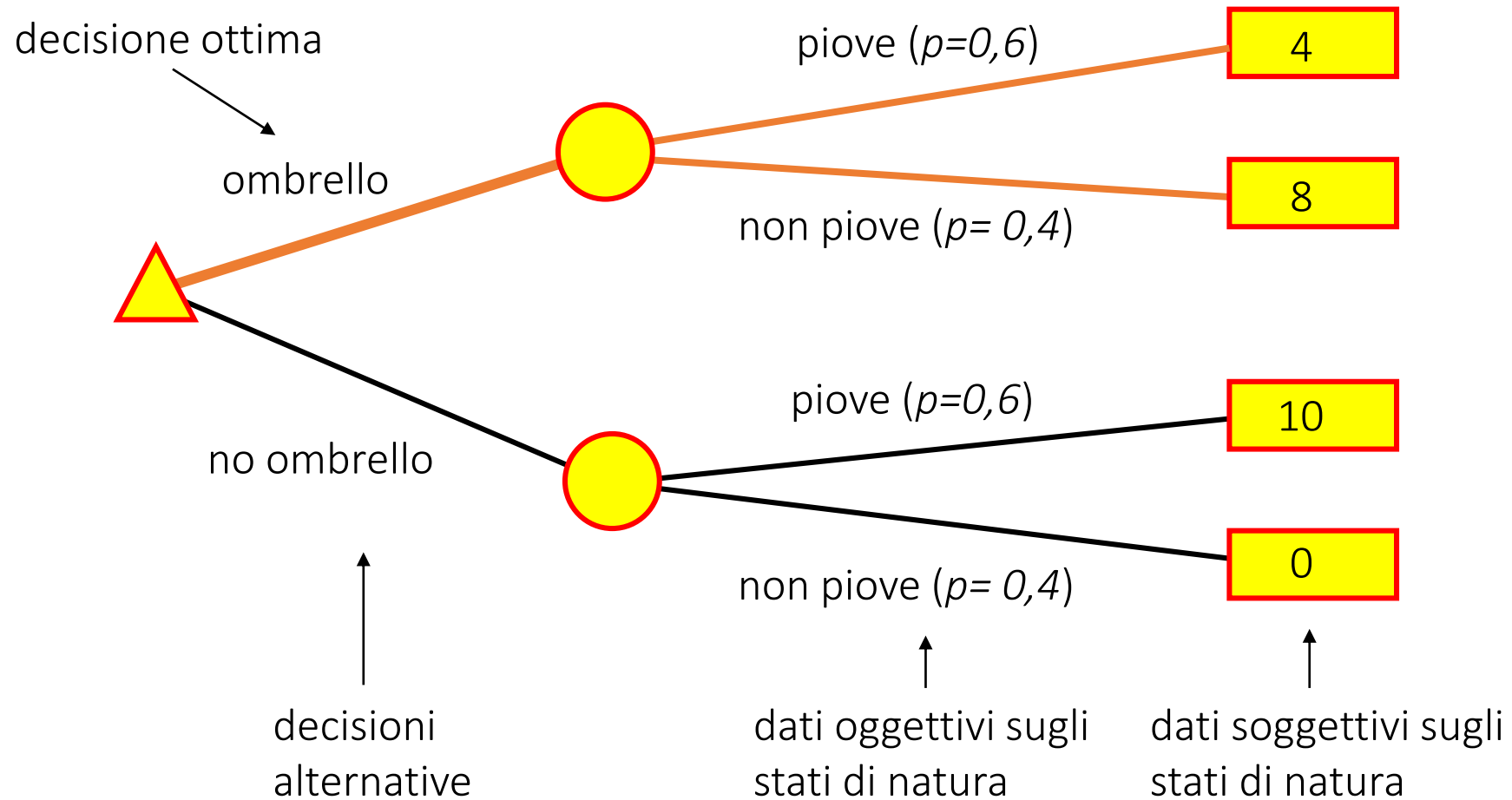
Obiettivo: minimizzare il disagio

Decisione: prendere o meno l'ombrello

Parametri: probabilità che piova, misure del disagio nelle differenti stati di natura che si possono verificare.

La decisione è soggetta a rischio, si è in presenza di decisioni mutuamente esclusive, si possono usare gli alberi decisionali

Modello



Analisi critica

La qualità delle risposte che si possono ottenere da un modello matematico dipendono da:

- quanto il modello rappresenta correttamente il sistema considerato, e.g., prendere l'ombrello o meno sono le uniche alternative decisionali che si ponevano? Non si può stare a casa?
- la fiducia che si ha nei dati oggettivi, e.g., si è sicuri che, date le previsioni del tempo a disposizione, la probabilità che piova sia del 60%?
- la correttezza delle valutazioni soggettive, e.g., si è sicuri che dovere badare all'ombrello in caso di bel tempo sia due volte più fastidioso che nel caso in cui piova?

EOQ

EOQ

Modello del lotto economico (*Economic Order Quantity*):

modello che, basandosi su ipotesi elementari, determina il punto di equilibrio tra costi fissi d'ordine e costi di mantenimento.

Ipotesi

- tasso della domanda noto e costante: l ;
- rotture di scorte non permesse;
- lead time nullo;
- costi:
 - costo fisso per ordine: K ,
 - costo variabile per ordine: c ,
 - costo di mantenimento per unità per tempo: h .

Modello

- variabili decisionali:
 - quantità ordinata (dimensione del lotto): Q ,
 - intervallo tra due ordini successivi: T .
- obiettivo:
 - minimizzazione dei costo complessivo per unità di tempo*.

* poiché il problema è su orizzonte temporale infinito non si possono minimizzare i costi totali, si potevano considerare i costi scontati.

Osservazioni

Dati

- la costanza della domanda,
- il costo considerato
- il lead time nullo

allora esiste politica ottima

- in cui vengono ordinate quantità costanti Q^* ad intervalli costanti T^* ;
- Q^* deve soddisfare la domanda durante l'intervallo T^* ;
- gli ordini sono emessi in $t=0$ e in kT^* quanto il magazzino si svuota.

Modello (cont.)

- vincolo: $\lambda T = Q.$

- obiettivo:

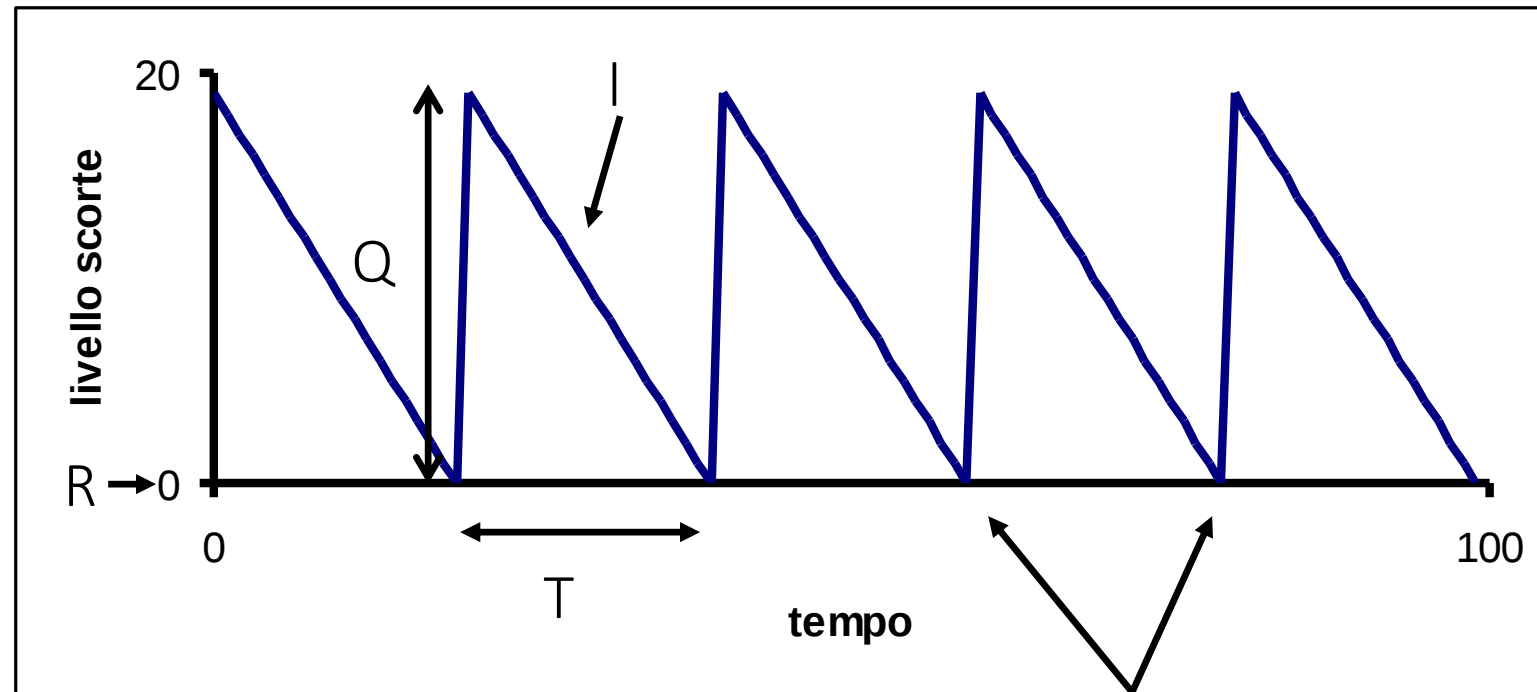
poiché il costo per periodo risulta essere

$$K + cQ + \int_T hI(t)dt = K + cQ + hQT/2$$

l'obiettivo da minimizzare è

$$G(Q) = (K + cQ)/T + hQ/2 = K\lambda/Q + \lambda c + hQ/2$$

Rappresentazione grafica



istanti di riordino

Soluzione

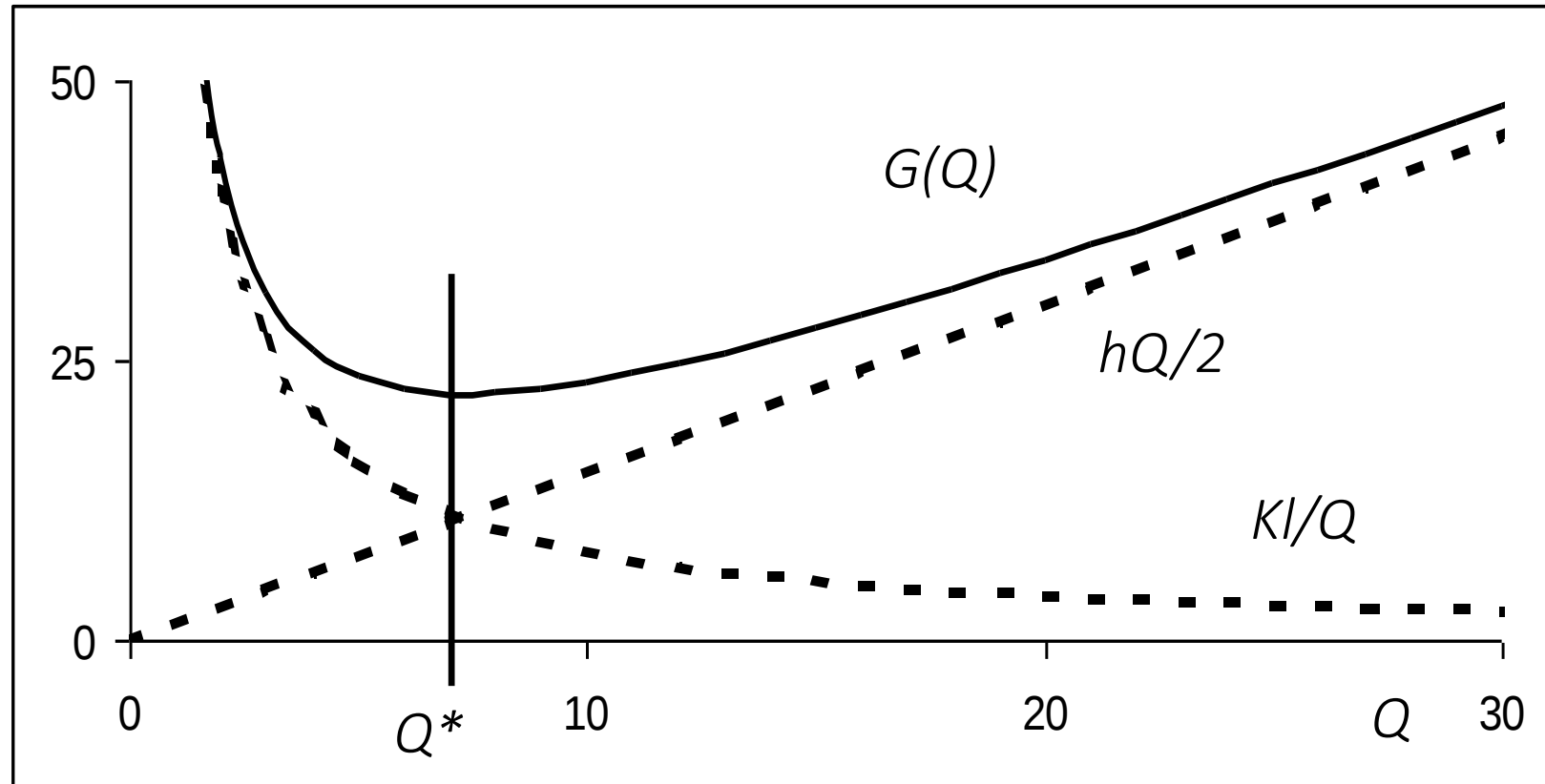
derivando rispetto a Q

$$dG(Q)/dQ = -K\lambda/Q^2 + h/2$$

$$d^2G(Q)/dQ^2 = 2K\lambda/Q^3 > 0 \quad \text{per } Q > 0$$

$G(Q)$ è una funzione convessa con derivata indipendente dalla componente variabile del costo d'ordine.

Soluzione



Soluzione

minimo in

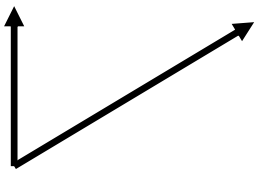
$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h}}$$

$$T^* = \sqrt{\frac{2K}{\lambda h}}$$

indipendentemente dal prezzo di acquisto della merce

Soluzione

valore ottimo del costo per unità di tempo

$$G^* = K\lambda / Q^* + hQ^* / 2 + c\lambda = \sqrt{\frac{K\lambda h}{2}} + \sqrt{\frac{K\lambda h}{2}} + c\lambda = \sqrt{2K\lambda h} + c\lambda$$


NB: all'ottimo, le componenti dovute al costo di mantenimento e al costo fisso d'ordine sono uguali

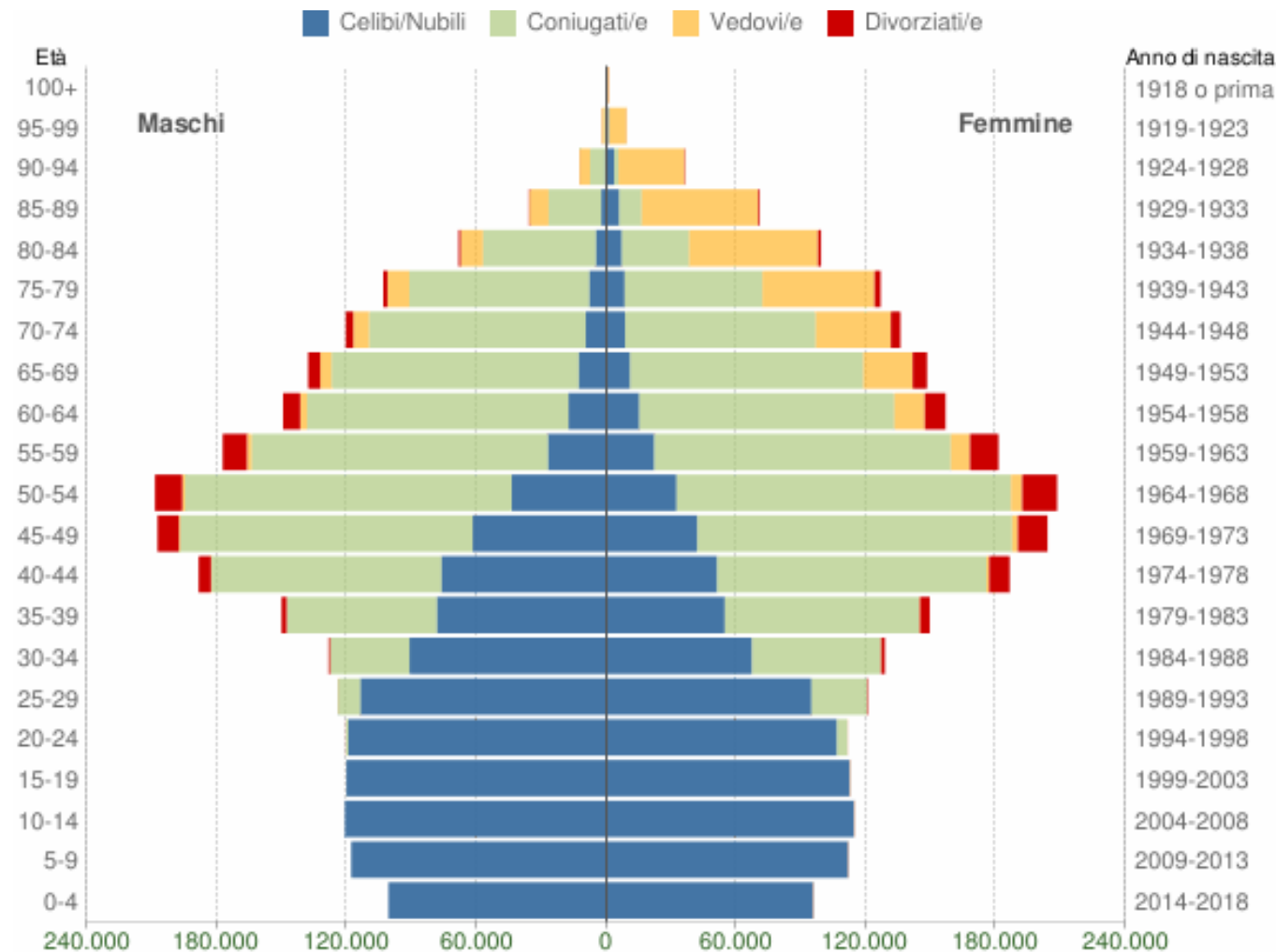
Domande

- i valori ottimi indicati sono spesso irrazionali, di quanto si peggiora facendo arrotondamenti?
- cosa succede se ci sono dei vincoli sulle dimensioni dei lotti?
- cosa succede se ci sono dei vincoli sugli intervalli di tempo tra due consegne?
- cosa succede se la domanda non è nota e costante?
- cosa succede se i parametri non sono noti con precisione?

Matematica per la Logistica

Raffaele Pesenti

Popolazione del Veneto



Popolazione per età, sesso e stato civile - 2018

VENETO - Dati ISTAT 1° gennaio 2018 - Elaborazione TUTTITALIA.IT

rapporti	ultra 60/20-59	ultra 65/20-64	ultra 70/20-69
2017	0,54	0,38	0,26
2027	0,73	0,47	0,31
2037	0,96	0,65	0,41