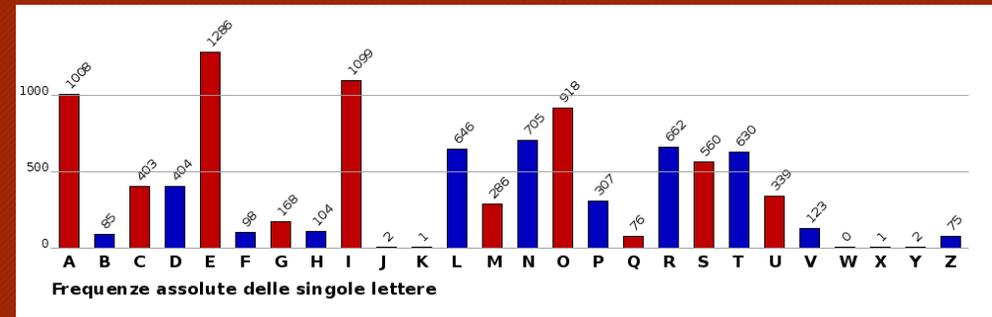
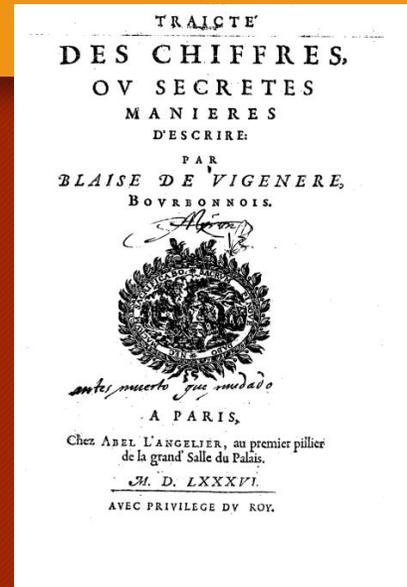
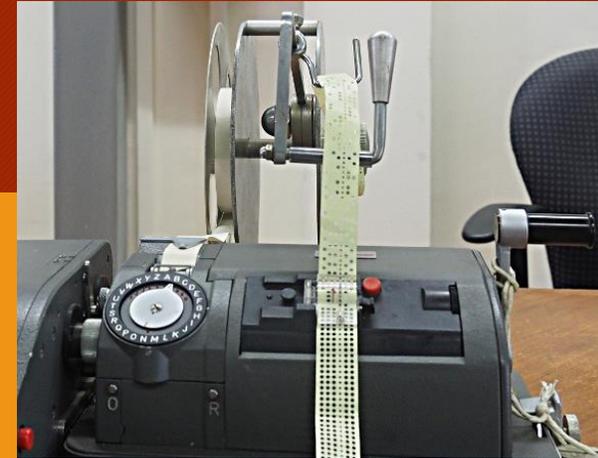


Convitto Nazionale
Marco Foscarini
Venezia



Crittografia a Venezia tra matematica e storia 2

La Crittografia come matematica applicata
La Crittografia come strumento di ricerca storica



© Mathesis Venezia Paolo Bonavoglia 2018

© Archivio di stato di Venezia

Classificazione dei cifrari

- Cifrari per **sostituzione**
- Cifrari per **trasposizione**

```
graph LR; A[Cifrari per sostituzione] --> B[Il testo cifrato si ottiene sostituendo Parti del testo chiaro (lettere, sillabe, parole) con Segni cifranti (lettere, numeri, segni di fantasia)]; A --> C[Il testo cifrato si ottiene sostituendo Rimescolando Il testo chiaro Secondo una qualche regola reversibile];
```

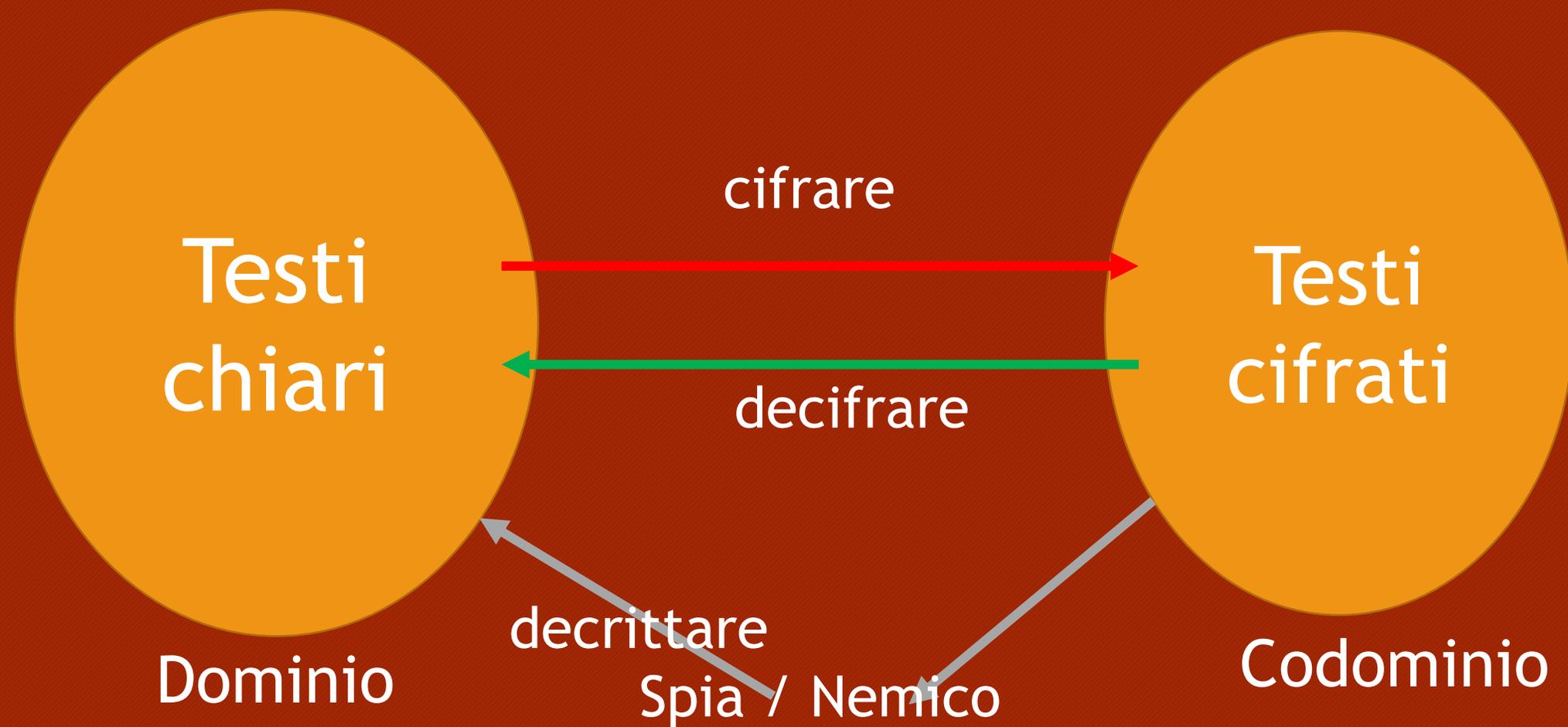
Il testo cifrato si ottiene sostituendo
Parti del testo **chiaro**
(lettere, sillabe, parole)
con
Segni cifranti
(lettere, numeri, segni di fantasia)

Il testo cifrato si ottiene sostituendo
Rimescolando
Il testo **chiaro**
Secondo una qualche regola
reversibile

Piccolo glossario

- **Chiave:** parola chiave, lista, tabella che permette di cifrare e decifrare.
- **Crittografia:** l'arte di scrivere in modo segreto.
- **Crittologia:** la scienza delle scritture segrete.
- **Crittoanalisi :** l'arte e i metodi per decrittare messaggi cifrati.
- **Cifra:** un metodo per scrivere in modo segreto.
- **Cifrario:** foglio, volume o altro dispositivo che realizza una cifra.
- **Cifrare:** scrivere in cifra, in modo segreto, usando un cifrario
- **Decifrare:** da un messaggio cifrato recuperare il testo chiaro in modo legittimo usando un cifrario.
- **Decrittare:** da un messaggio cifrato recuperare il testo chiaro senza conoscere il cifrario, usando i metodi della crittoanalisi.

Cifrari come relazioni



Crittografia, relazioni, funzioni

argomenti della "matematica di base" che potranno figurare nella prova scritta di matematica

11. Analizzare le proprietà di iniettività, suriettività, invertibilità di funzioni definite su insiemi qualsiasi.
Riconoscere ed applicare la composizione di funzioni.

- I cifrari sono **funzioni** in generale **relazioni** tra l'insieme dei messaggi in chiaro (dominio) e l'insieme dei messaggi cifrati (codominio).
- In teoria ci aspetteremmo una corrispondenza biunivoca ma non sempre è così.
- Nella crittografia classica, come la precedente, la relazione chiaro-> cifrato raramente è biunivoca (monoalfabetica).

Crittografia: sempre funzioni?

- La relazione cifrante non è ovunque definita: spazi, segni di interpunzione non vengono cifrati.
- La relazione cifrante non è univoca; cifratura per *omofoni*, una stessa lettera si può cifrare con segni diversi, per confondere la statistica.
- La funzione cifrante non è suriettiva, alcuni segni cifranti, detti *nulle*, non hanno corrispondente in chiaro, sempre per confondere il nemico.
- La funzione cifrante non è iniettiva, alcuni segni cifranti, detti *polifoni*, hanno più significati; da risolvere in base al contesto (raro)

Ovunque
definita

Solo maiuscole

Univoca

Omofoni

Suriettiva

Nulle

Iniettiva

Polifoni

I cifrari più antichi : il bastone di Licurgo

CORD

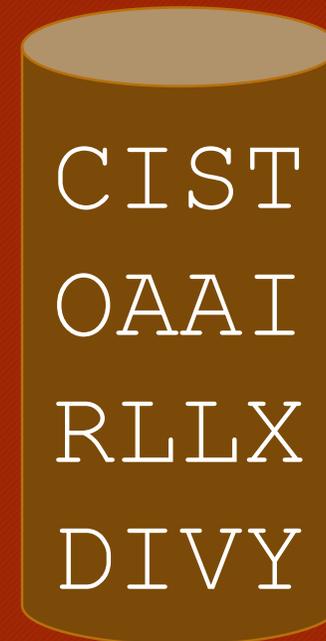
IALI

SALV

TIXY

CIST OAAI RLLX DIVY

XY sono usate come riempitivo.
E' una buona idea usare X Y??



Questo è un esempio di **trasposizione semplice**.

I cifrari più antichi: Atbash e Cesare

ABCDEFGHIJKLM
ZYXWVTSRQPON

ABCDEFGHIJKLMNOSTVX
DEFGHIJKLMNOSTVXABC

CORDIALISALVTI
XLHWQZOQGZOEFO

CORDIALISALVTI
FRVGMDOMXDOBAM

Sono esempi di cifra monoalfabetica.

Decifrare e decrittare Cesare

Decifrare: *tradurre legittimamente un cifrato disponendo della chiave.*

Decrittare: *tradurre illegittimamente un cifrato ricostruendo la chiave.*

**Ci sono 26 cifre di Cesare possibili.
Bastano 26 tentativi per decrittare.**

ABCDEFGHIKLMNOPQRSTUVWXYZ

BCDEFGHIKLMNOPQRSTVXA

ABCDEFGHIKLMNOPQRSTVX

CDEFGHIKLMNOPQRSTVXAB

ABCDEFGHIKLMNOPQRSTVX

DEFGHIKLMNOPQRSTVXABC

...

I cifrari monoalfabetici

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

Alfabeto Chiaro

DUEIQRYGTJVXAFNKLWZMSOPHBC

Alfabeto Cifrante

Cifra monoalfabetica: si cifra lettera per lettera.

Relazione **1:1**, biunivoca.

La chiave è la lista o alfabeto cifrante.

Metodo mnemonico (poco sicuro!!) con chiave **Montevideo:**

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

Alfabeto Chiaro

MONTEVIDABCFGHJKLPQRSUWXYZ

Alfabeto Cifrante

Quanti alfabeti cifranti sono possibili?

ABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZ

Alfabeto Chiaro

DU EIQRG T JVXAFNKLWMSOPHBC

Alfabeto Cifrante

$$N = 26 \times 25 \times 24 \dots \times 1 = 26! =$$

(fattoriale)

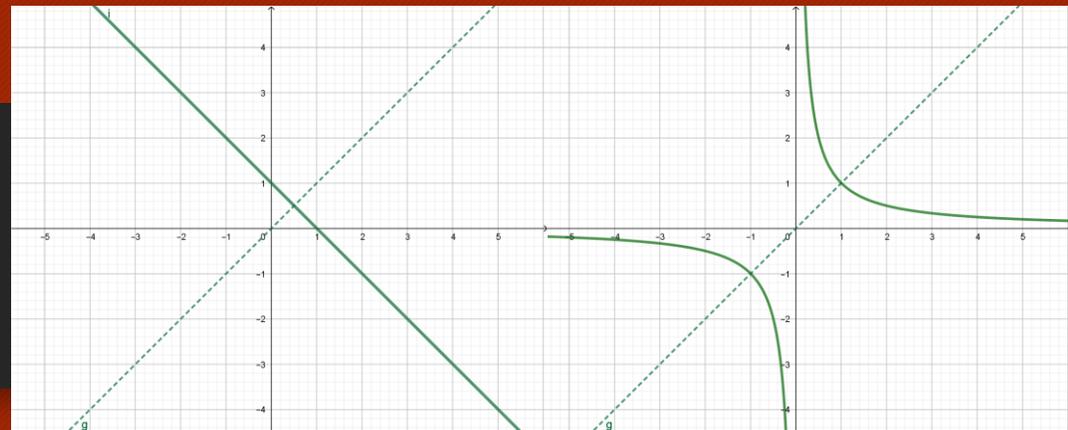
403.291.461.126.605.635.584.000.000

27 cifre!!!!

Numero spaventoso, fuori portata per gli umani.

Quindi ... questa cifra è inattaccabile!!

Liste involutorie o reciproche



ABCDEFGHIJKLM

NOPQRSTUVWXYZ

Lista ordinata

ABCDEFGHIJKLM

XQRYVTNZPSUOW

Lista disordinata

Da Atbash in poi le liste involutorie hanno goduto di una certa popolarità; godono della proprietà simmetrica, qui per esempio **A** si cifra con **N**, **N** si cifra con **A**, **ecc.ecc.**

Il grande vantaggio è che la funzione cifrante coincide con la funzione decifrante.

Funzioni involutorie esistono anche in matematica, tra insiemi numerici, per esempio:

$y = 1 - x$ retta, scritta in forma implicita $x + y = 1$

$y = \frac{1}{x}$ iperbole equilatera $xy = 1$

Matematicamente la funzione coincide con la sua inversa.

La cifra monoalfabetica è inattaccabile?

$$N = 26! = 403.291.461.126.605.635.584.000.000 = 4 \times 10^{27}$$

Numero spaventoso come già visto; molto meno spaventoso per le liste involutorie:

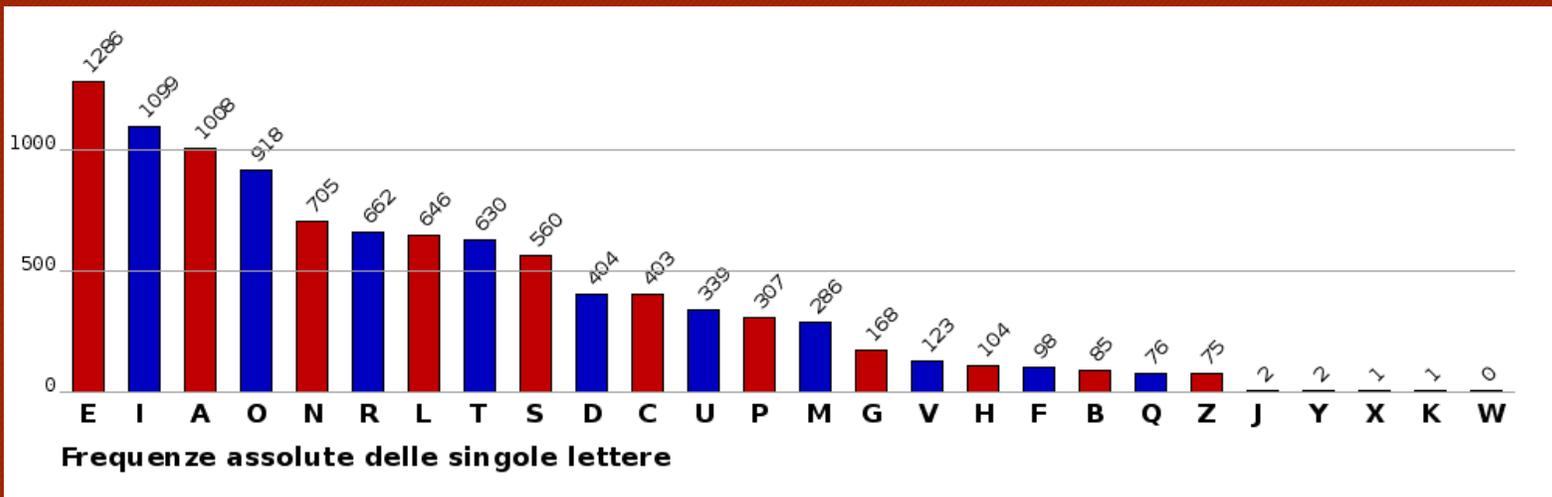
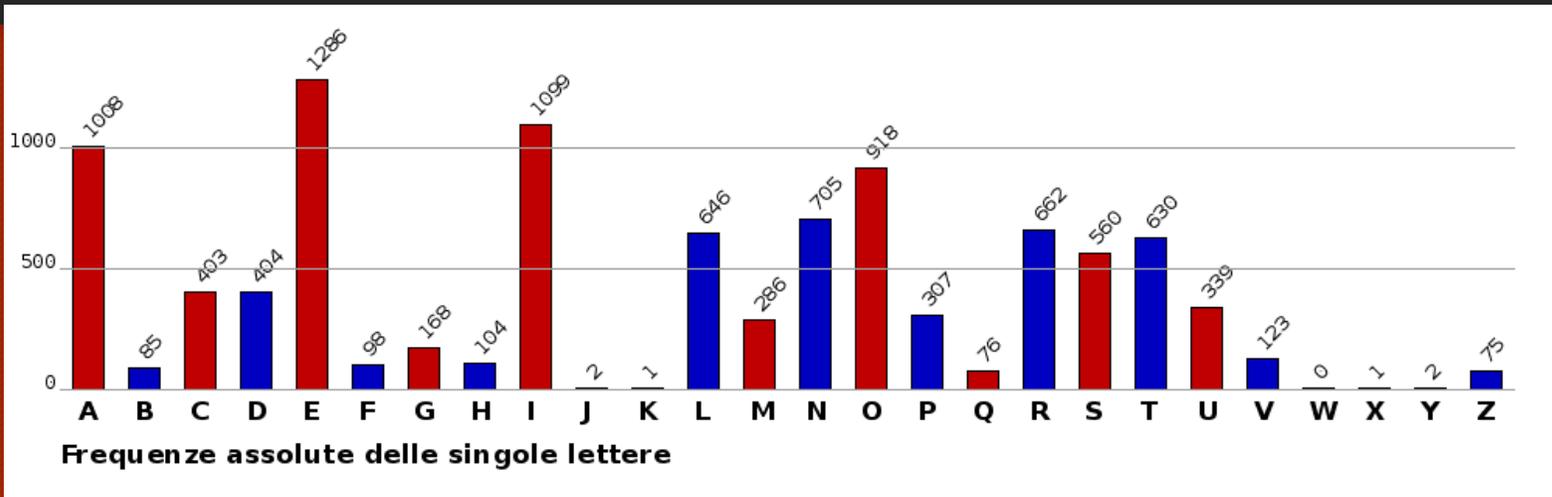
$$N = 13! = 6227020800$$

Ma questo numero misura solo il cosiddetto *spazio delle chiavi* che non è affatto una misura della sicurezza, infatti ...

Esiste la statistica con i suoi metodi!

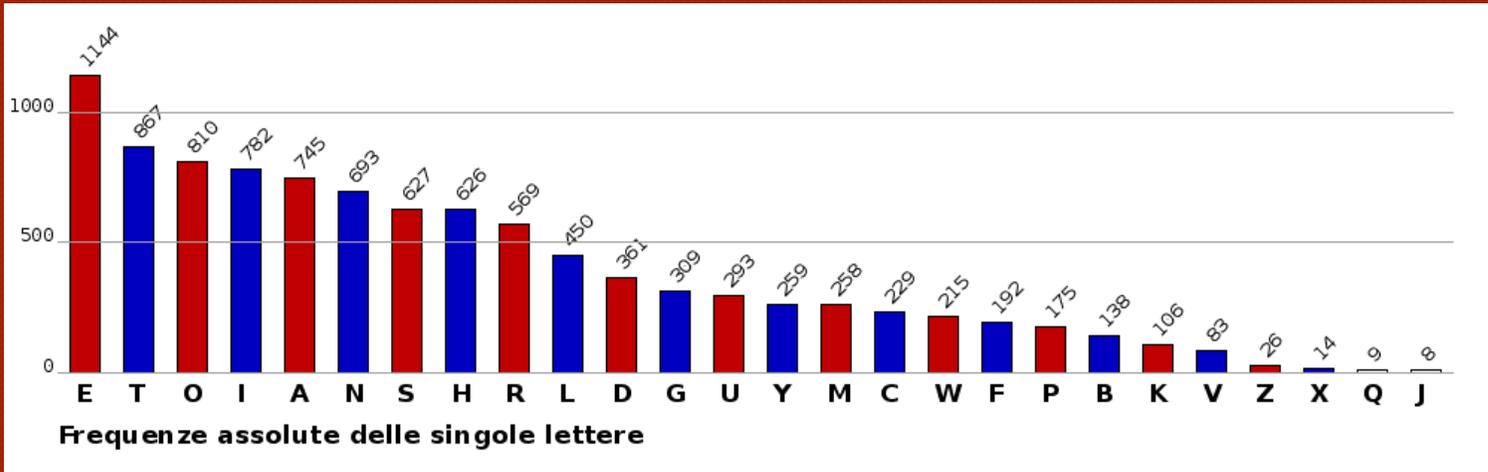
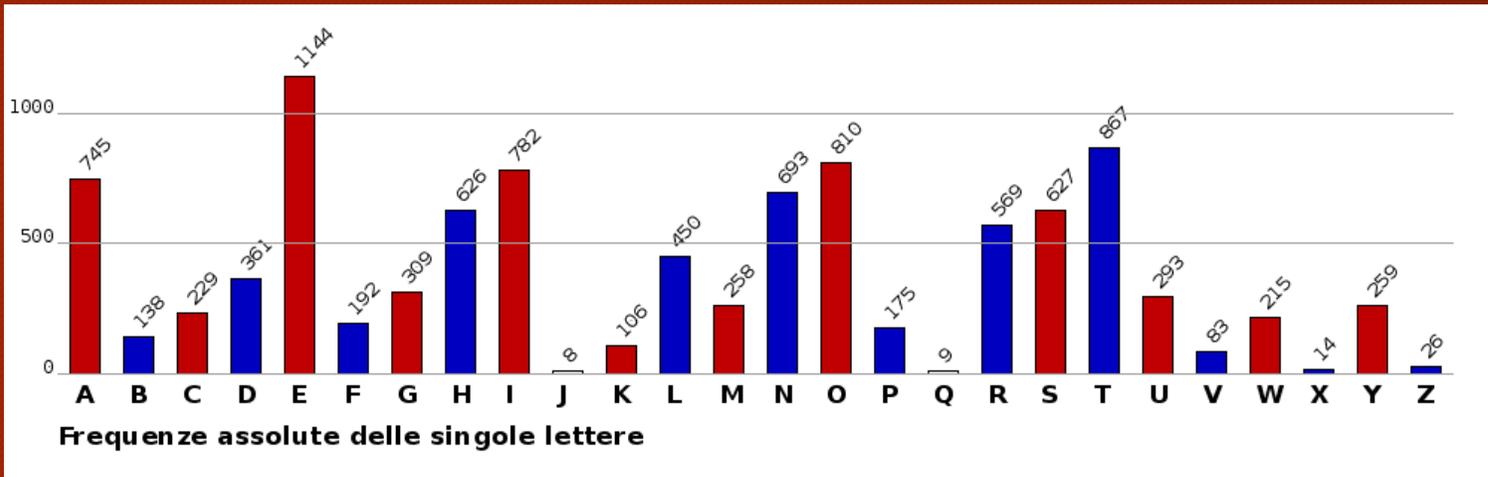
Strumento formidabile per il crittoanalista.

Crittografia e statistica



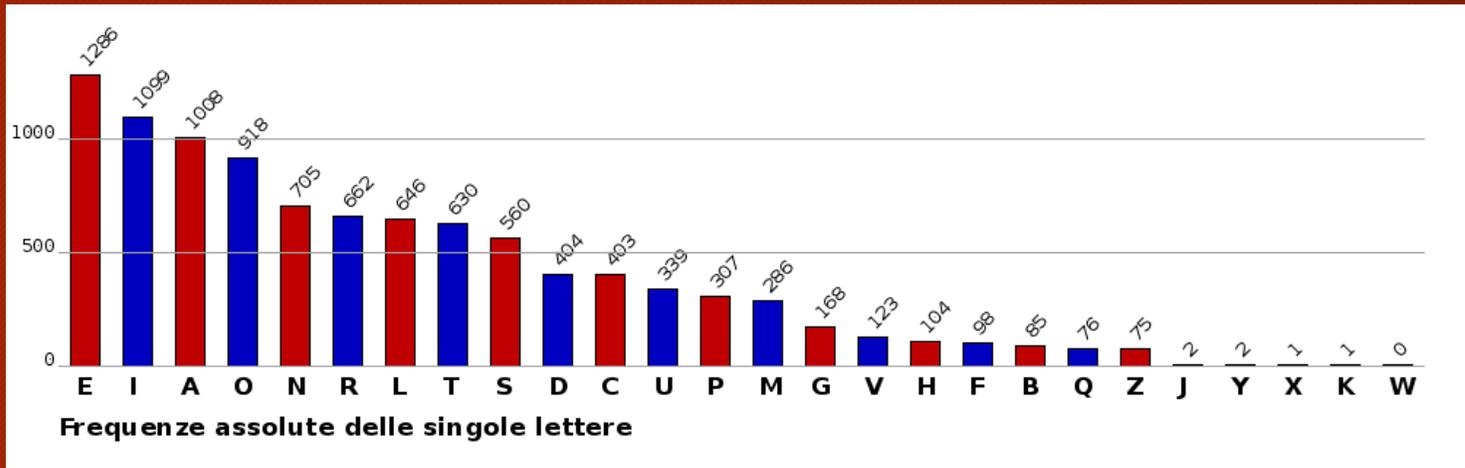
- Nella crittografia classica l'arma più potente per il crittoanalista è la statistica;
- Ogni lingua ha un distribuzione statistica caratteristica, quasi un'impronta digitale.
- Qui accanto quella della lingua italiana.
- Rare: J Y X K W
- Vocali A E I O U : 46%

Crittografia e statistica: lingua inglese

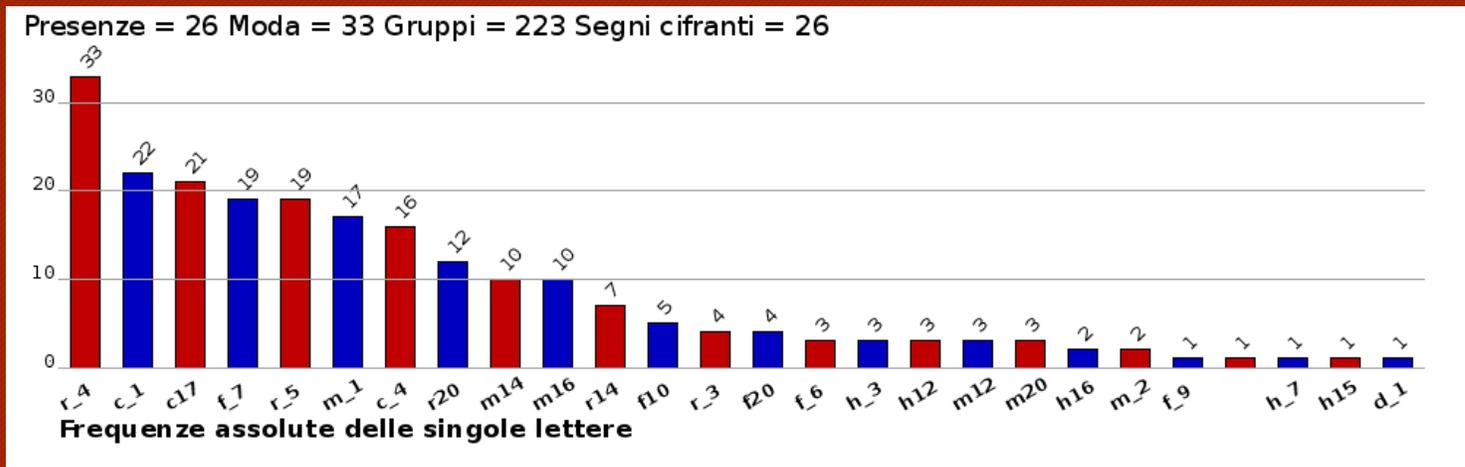


- Frequenze della lingua inglese, su 10000 lettere.
- La più frequente è sempre la E, come in molte lingue europee.
- Seconda la T (*the, this, that* ...)
- Vocali un po' meno che in italiano.
- Rare: Z X Q J
- Vocali AEIOUY 39%

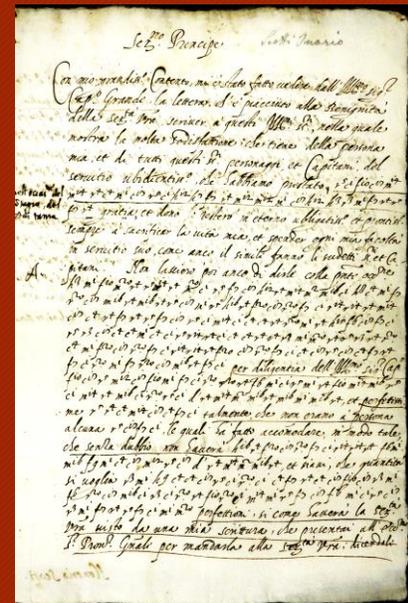
Confronto tra dati attesi e dati osservati



- Frequenze delle lettere nella lingua italiana, su 10000 lettere.
- Questi sono i dati attesi (*expected*)



- Frequenze osservate nel dispaccio da Candia del 1590
- Questi sono i dati osservati (*observed*)



Confronto tra dati attesi e dati osservati

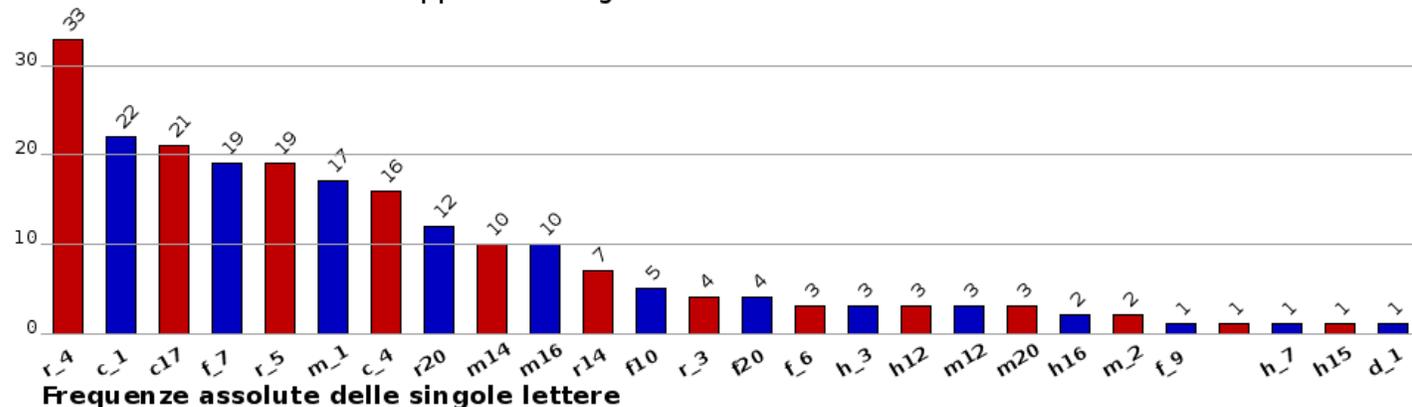
ALFABETO

a	b	c	d	e	f	g	i	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	z
r_4	f_9	m14	r_3	c_1	f20	m12	m_1	f10	m20	r_5	c17	f_6	m_2	r20	c_4	f_7	m16	r14

DIZIONARIO

che	h_3	con	h_7	del	h12	non	h15	quel	h16
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	-----

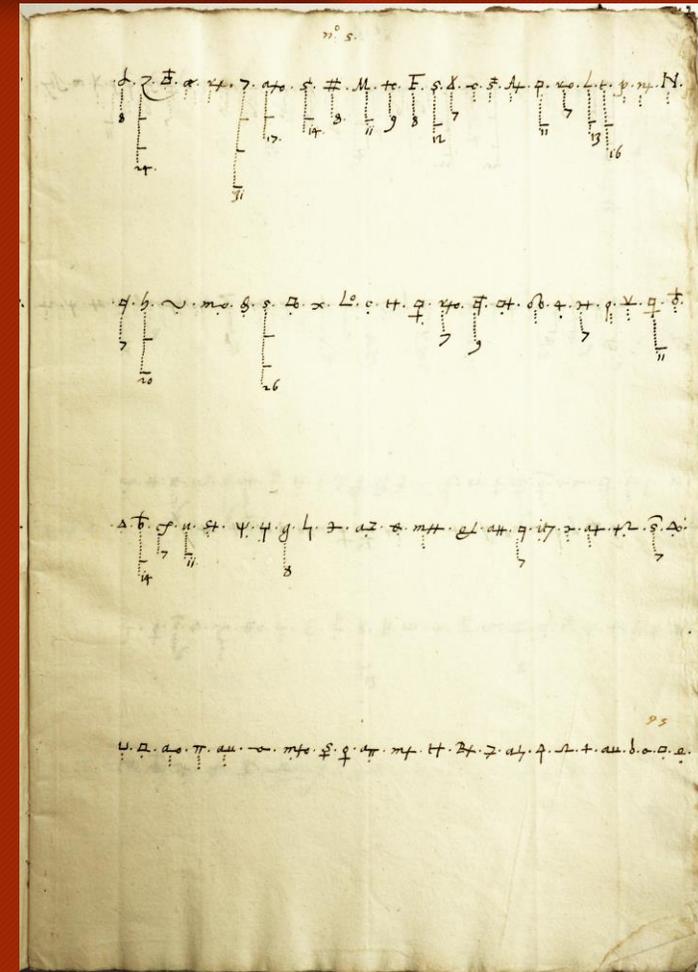
Presenze = 26 Moda = 33 Gruppi = 223 Segni cifranti = 26



- Ecco il cifrario ricostruito per tentativi.
- Le più frequente qui risulta A, la cosa si spiega perché oltre alle lettere erano cifrate anche alcune parole, molte contenenti la E:
- *che, del, quel*

Crittografia e statistica: un esempio antico

- Lo studio delle frequenze era già praticato negli uffici cifra veneziani all'inizio del XVI secolo, come mostra questo registro con statistiche sulle frequenze di segni cifranti di qualche dispaccio intercettato.
- Ogni segno del messaggio viene riportato con un puntino nella colonna relativa.
- Alla fine viene segnato il totale per ogni segno.
- Capo dell'ufficio cifra veneziano era **Giovanni Soro**, che Kahn considera il padre della crittoanalisi occidentale.



Rimedio n.1: omofoni e nomenclatori

Rimedio n.1 alla crittoanalisi statistica?

Gli **omofoni** visti nella prima parte...

Le lettere più frequenti sono cifrate con diversi segni, e questo dovrebbe confondere le statistiche.

Però vanno usati correttamente ... basta un addetto alla cifra pigro o frettoloso e la maggior sicurezza va persa.

Ben più sicuri i **nomenclatori** visti nella prima parte, adottati a partire dal XV secolo.

Rimedio n.2 le cifre polialfabetiche

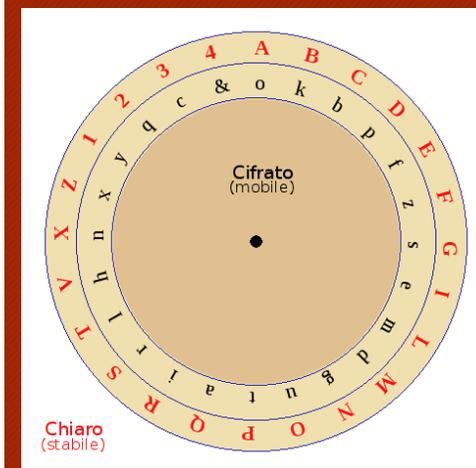
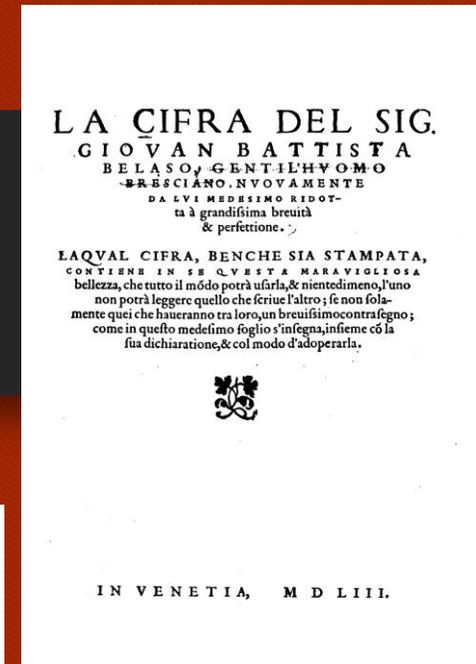
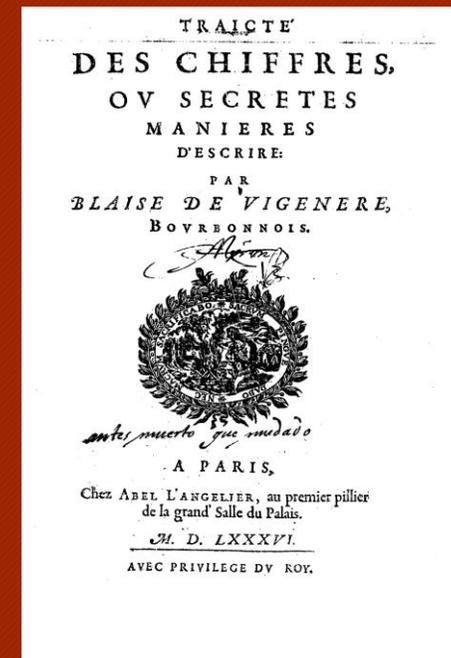
Rimedio n.2 alla crittoanalisi statistica?
La cifra polialfabetica ...

Prima il disco di Leon Battista Alberti,
rimasto segreto per un secolo.

Poi la tavola recta, 1507, dell'abate Tritemio.

Poi la cifra di G.B. Bellaso, Venezia 1553

In fine il *Traicté des chiffres* di Blaise de Vigenere, Parigi 1586, con la famosa tavola.

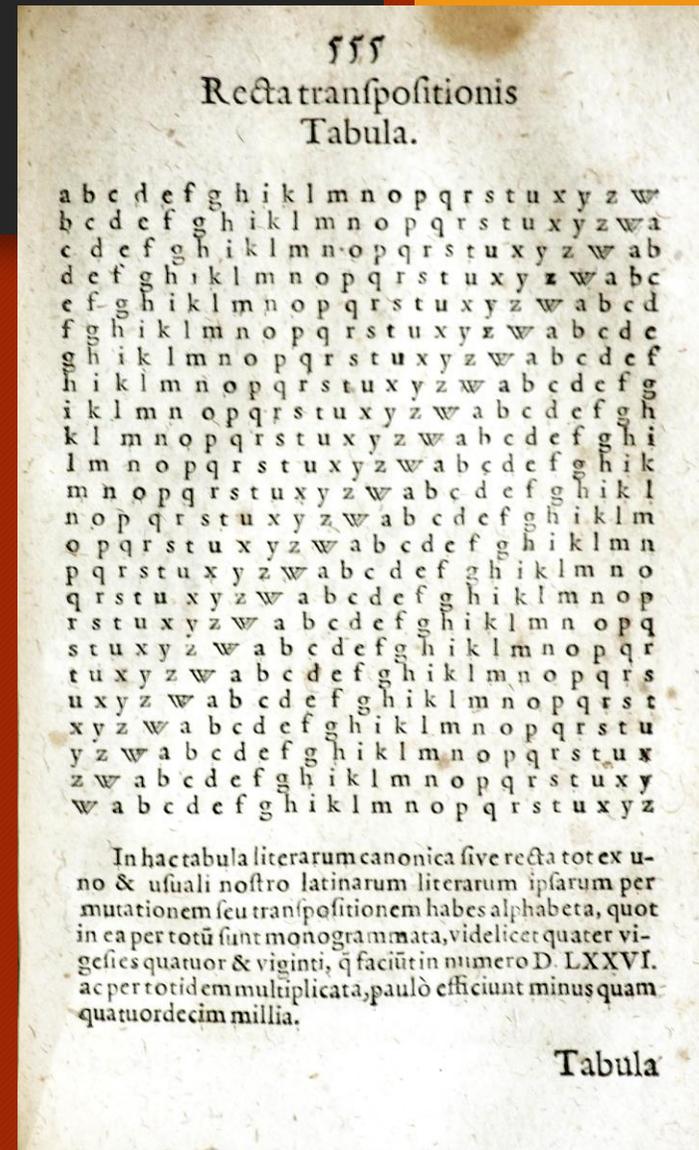


Disco di
L. B. Alberti

La tabula recta di Iohannes Tritemius

L'abate tedesco Iohannes Heidelberg meglio noto come Tritemius o (Trithemius) scrisse di stregoneria, arti magiche e di crittografia.

Alla fine del suo libro *Polygraphia* presenta una serie di alfabeti e tavole per uso crittografico e prima di tutto la *tabula recta* che precorre quella di Vigenère. Le istruzioni suggeriscono di usare ogni riga come alfabeto cifrante cambiandola ad ogni lettera. Non si parla di un verme o contrasegno come quelli di Vigenère e Bellaso.



Le cifre di G.B. Bellaso

Il bresciano G.B. Bellaso nel 1553 pubblica a Venezia una cifra polialfabetica basata su liste involutorie alternate in base alla lettera di un *contrassegno* (la moderna *password*)

C. segno **SEGNOSEGNOSEGN**

Chiario **CORDIALISALVTI**

Cifrato **RCMVSPXPBXNIBO**

La **I** viene cifrata come **S**, come **P** come **O**.

La crittoanalisi statistica è sconfitta?

AB	a b c d e f g h i l m n o p q r f t u x y z
CD	a b c d e f g h i l m t u x y z n o p q r f
EF	a b c d e f g h i l m z n o p q r f t u x y
GH	a b c d e f g h i l m f t u x y z n o p q r
IL	a b c d e f g h i l m y z n o p q r f t u x
MN	a b c d e f g h i l m r f t u x y z n o p q
OP	a b c d e f g h i l m x y z n o p q r f t u
QR	a b c d e f g h i l m q r f t u x y z n o p
ST	a b c d e f g h i l m p q r f t u x y z n o
VX	a b c d e f g h i l m u x y z n o p q r f t
YZ	a b c d e f g h i l m o p q r f t u x y z n

La tavola di Vigenère

Il francese Blaise de Vigenère pubblica nel 1586 una cifra polialfabetica ancora più semplice.

Chiaro **CORDIALISALVTI**

Verme **VERMEVERMEVERM**

Cifrato **XSIPNVOZDEFYLT**

La A è cifrata prima da V poi da E a seconda del verme.

Chiaro C +
Verme V =
Cifra X

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

La tavola di Vigenère è un'addizione modulo 26

Chiaro **CORDIALISALUTI**

0214170308001008180010201908

Verme **VERMEVERMEVERM**

2104171104210417110421041711

Cifrato **XSIPNVOZDEFYLT**

2318081412211425030405241019

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

L'aritmetica modulo 26, esempio di aritmetica finita (o modulare)

Lo strano mondo dell'aritmetica finita. Qui esiste un numero limite, oltre il quale si ricomincia da zero.

Esempio ben noto: l'aritmetica dell'orologio; le ore vanno da 0 a 23; arrivati a 24 si ricomincia da 0; insomma in questa aritmetica $24 = 0$! Questa è **un'aritmetica modulo 24**.

Simile l'aritmetica dell'alfabeto a 26 lettere; ponendo $A = 0$; $B = 1$... arrivati a 26 si ricomincia da 0 ! Questa è **un'aritmetica modulo 26**.

Esempi di aritmetica modulo 26:

$13 + 22 = 9$ $13 - 22 = 17$ *Per fortuna nel Vigenere bastano queste due operazioni...*

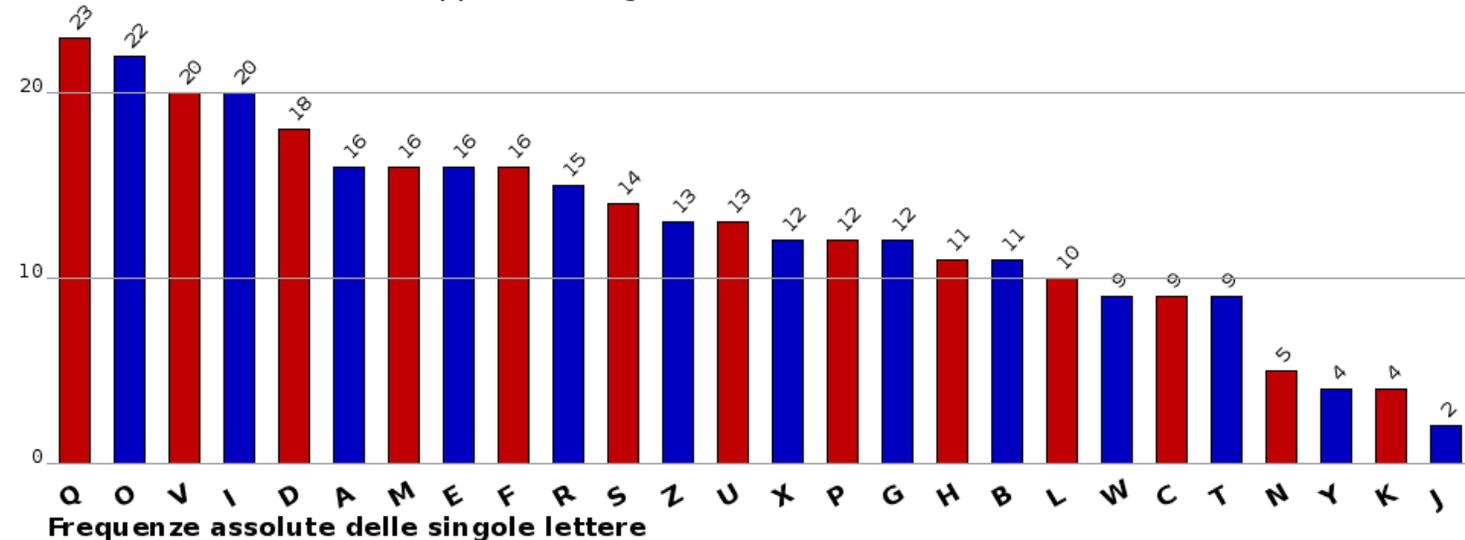
$13 \times 2 = 0$ *cade la legge di annullamento del prodotto. Come evitarlo?*

$2^5 = 6$ $\log_2 6 = 5$ $3^3 = 1$ $\log_3 1 = 3$ $\sqrt[3]{1} = 3$

La statistica di un cifrato con Vigenère

PSXYICHOF SXOEPUI PRUZSVBRCJUFEPQRKHDAZDQPGFGZEVMLXOAEGXZAEVQXEGQRKHF
MZ LIETOEYEUZIVOQC YDVTQOPUUXILGFMQGRAAFIDMIVBAUSXHEVMLXOSSMDMAUDDMI
IWRVS OTIQMLRSZEMHZRKBZAZDTAROGDEWINVCQM QDZAEVQBSFWERWGYSUBEOOBQVS
IRNODQHHT BGBOTMRDIVFAHELLITCPQPOILV FQOSVMCJWAHLRACQFFQMRVOPGANIQZ
IFWDOSPQOXSZF VDQTCBFQVDXIGBP UWRVNQOCGIOXUPHAOLHTAFWDUXWIVKOMNFDVDQBMU

Presenze = 26 Moda = 23 Gruppi = 332 Segni cifranti = 26



La statistica appare più piatta di quella di un monoalfabetico e non si può dire nulla sulle più frequenti.

Dunque nulla da fare?

Sembra proprio di sì, e per secoli il Vigenère fu considerato inattaccabile e sicurissimo.

1863 : il colonnello prussiano Friedrich Kasiski scopre che in un Vigenère ...

P**SX**YICHOF**SX**OEPUIPRUZSVBRCJUFEP**QRKH**DAZDQPGFGZEVMLXOAEGXZAEVQXEG**QRKH**FMZ
LIETOEYEUZIVOQCVDVTQOPUUXILGFMQGRAAFIDMIVBAUSXHEV**ML**XOSSMDMAUDDMI IWRVS
OTIQ**ML**RSZEMHZRKBZAZDTAROGDEWINVCQMQDZAEVQBSFWERWGYSUBEOOBQVSI RNODQHHT
BGBOTMRDIVFAHELLITCPQPOILVFQOSVMCJWAHLRACQFFQMRVOPGANIQZIFWDOSPQOXSZF
VDQTCBFQVDXIGBPUWRVNQOCGIOXUPHAOLHTAFWDUXWIVKOMNFDVDQBMU

Il gruppo **SX** si ripete 8 posti avanti;

Il gruppo **ML** si ripete 24 posti avanti;

Più strano ancora:

QRKH si ripete tale e quale 32 posti avanti.

Potrebbe voler dire qualcosa?

Potrebbe essere che il verme ...

P**SX**YICHOF**SX**OEPUIPRUZSVBRCJUFEP**QRKH**DAZDQPGFGZEVMLXOAEGXZAEVQXEG**QRKH**FMZ
LIETOEYEUZIVOQCVDVTQOPUUXILGFMQGRAAFIDMIVBAUSXHEV**ML**XOSSMDMAUDDMI IWRVS
OTIQ**ML**RSZEMHZRKBZAZDTAROGDEWINVCQMQDZAEVQBSFWERWGYSUBEOOBQVSIRNODQHHT
BGBOTMRDIVFAHELLITCPQPOILVFQOSVMCJWAHLRACQFFQMRVOPGANIQZIFWDOSPQOXSZF
VDQTCBFQVDXIGBPUWRVNQOCGIOXUPHAOLHTAFWDUXWIVKOMNFDVDQBMU

Il gruppo **SX** si ripete 8 posti avanti;

Il gruppo **ML** si ripete 24 posti avanti;

Più strano ancora:

QRKH si ripete tale e quale 32 posti avanti.

Potrebbe voler dire qualcosa?

Potrebbe essere che il verme sia
lungo 8 caratteri!!

Ma è importante la lunghezza del verme?

E' importante la lunghezza del verme?

Importantissima!

Se la lunghezza è 8,

Il cifrato si riduce a 8 cifrari di Cesare, ben visibili se incolonniamo il testo per 8.

E per decrittare la cifra di Cesare bastano pochi tentativi.

Ci sono poi altri metodi più efficienti per trovare la lunghezza del verme.

[Crittoanalisi automatica](#)

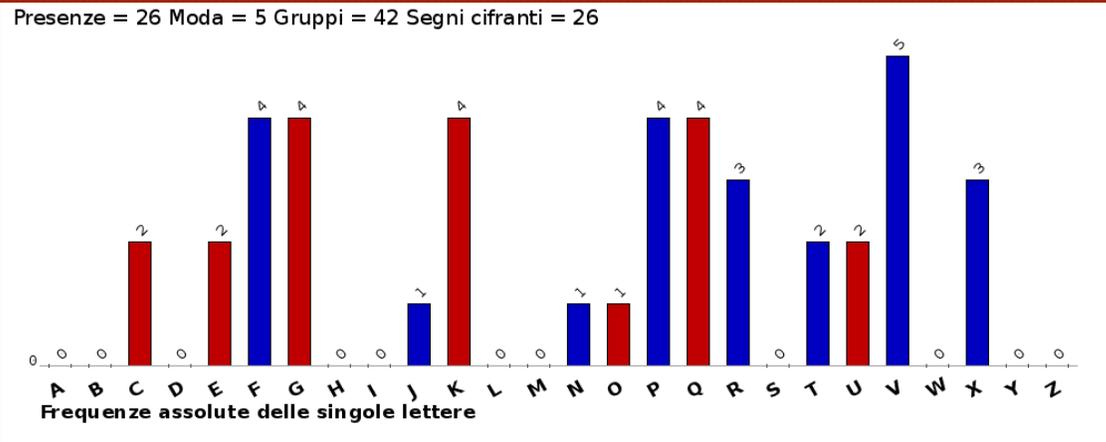
PSXYICHO VCQMQDZA
FSXOEPUI EVQBSFWE
PRUZSVBR RWGYSUBE
CJUFEPRQ OOBQVSIR
KHDAZDQP NODQHHTB
GFGZEVML GBOTMRDI
XOAEGXZA VFAHELLI
EVQXEGQR TCPQPOIL
KHFMLZLIE VFQOSVMC
TOEYEUZI JWAHLRAC
VOQCYDVT QFFQMRVO
QOPUUXIL PGANIQZI
GFMQGRAA FWDOSPQO
FIDMIVBA XSZFVDQT
USXHEVML CBFQVDXI
XOSSMDMA GBPWRVN
UDDMI IWR QOCGIOXU
VSOTIQML PHAOLHTA
RSZEMHZR FWDUXWIV
KBZAZDTA KOMNFDVD
ROGDEWIN QBMU

Come risolvere Cesare a mano?

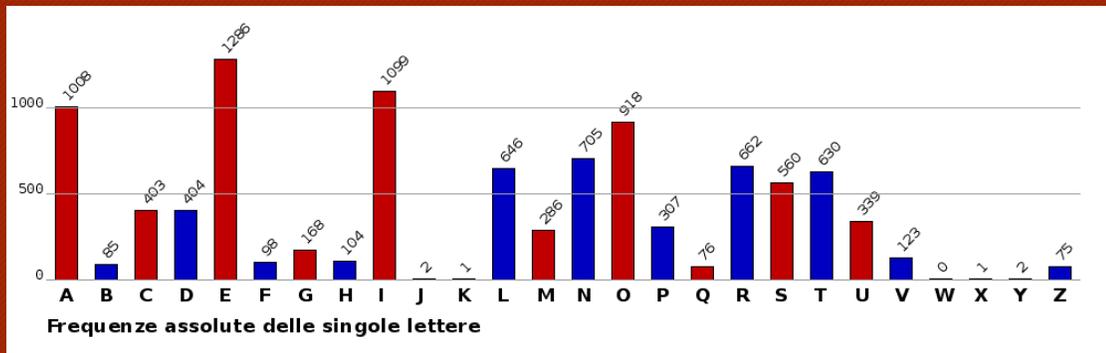
- Una caratteristica di un cifrario di Cesare è che le lettere più rare (in italiano JK WXY) saranno in una posizione riconoscibile.
- Anche le lettere più frequenti A E I O occupano una posizione riconoscibile
- Se invece la colonna è casuale, le frequenze saranno più appiattite, ci saranno meno differenze.

Crittoanalisi del Vigenere (o di Cesare?)

PFPCKGXEKTVQGFUXUVRKRVERONGVTVJQPFXXCGQPFKQ



Prima colonna



Frequenze
Lingua
italiana

P SX Y I C H O V C Q M Q D Z A
 F SX O E P U I E V Q B S F W E
 P R U Z S V B R R W G Y S U B E
 C J U F E P Q R O O B Q V S I R
 K H D A Z D Q P N O D Q H H T B
 G F G Z E V M L G B O T M R D I
 X O A E G X Z A V F A H E L L I
 E V Q X E G Q R T C P Q P O I L
 K H F M Z L I E V F Q O S V M C
 T O E Y E U Z I J W A H L R A C
 V O Q C Y D V T Q F F Q M R V O
 Q O P U U X I L P G A N I Q Z I
 G F M Q G R A A F W D O S P Q O
 F I D M I V B A X S Z F V D Q T
 U S X H E V M L C B F Q V D X I
 X O S S M D M A G B P U W R V N
 U D D M I I W R Q O C G I O X U
 V S O T I Q M L P H A O L H T A
 R S Z E M H Z R F W D U X W I V
 K B Z A Z D T A K O M N F D V D
 R O G D E W I N Q B M U

E dell'ultima colonna, che dire?

Come risolvere Cesare auto-maticamente?

- Come confrontare le frequenze osservate con quelle attese?
- Occorre un metodo per misurare quanto sono diverse, distanti due distribuzioni di frequenza.
- E' un po' come calcolare la distanza tra due punti.
- Che si fa usando un ben noto teorema ...

Distanza geometrica e non solo ...

- Distanza d tra due punti A , B nel piano? Nello spazio n dimensioni
- $d^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \dots = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2 + \dots$
- Distanza d tra dati osservati \mathbf{o} e dati attesi \mathbf{e} in base a una data ipotesi
- $d^2 = (o_1 - e_1)^2 + (o_2 - e_2)^2 + (o_3 - e_3)^2 + \dots$
- Chi quadrato tra dati osservati \mathbf{o} e dati attesi \mathbf{e} in base a una data ipotesi
- $\chi^2 = \frac{(o_1 - e_1)^2}{e_1} + \frac{(o_2 - e_2)^2}{e_2} + \frac{(o_3 - e_3)^2}{e_3} + \dots$

Il test del chi quadrato χ^2 in questo caso

- $$\chi^2 = \frac{(o_1 - e_1)^2}{e_1} + \frac{(o_2 - e_2)^2}{e_2} + \frac{(o_3 - e_3)^2}{e_3} + \dots$$

- Dove

- o_1 = frequenza osservata della prima lettera e_1 = frequenza attesa di A

- o_2 = frequenza osservata della seconda lettera e_2 = frequenza attesa di B

-

- Si calcola il χ^2 per 26 volte, spostando ogni volta le lettere a rotazione

- Ipotesi migliore quella con il χ^2 minore

Come trovare la lunghezza del verme?

- Come trovare la lunghezza del verme?
- Come trovare l'ipotesi migliore?
- Si possono provare tutte una per una da 1 a n e vedere ogni volta se le n colonne hanno le caratteristiche di un cifrario di Cesare.
- Ci serve un metodo per misurare quanto i dati osservati siano lontani da quelli attesi in base all'ipotesi.

Crittoanalisi automatica

Crittoanalisi automatica

Quindi Vigenère è molto debole.

Funziona solo se il testo è 10-20 volte più lungo del verme.
Più lungo il verme più difficile decrittare

Meglio un verme breve o un verme lungo?

Un verme breve ... si ricorda facilmente ... ma è meno sicuro

Un verme lungo ... è difficile da ricordare ... ma è più sicuro

E se il verme avesse lunghezza infinita?

Il cifrario di Vernam

È questa l'idea proposta da Gilbert S. Vernam nel 1917 e brevettata nel 1919. L'anno prossimo compie 100 anni!

Viene generata una chiave del tutto casuale, e dunque imprevedibile, lunga come il testo; a questo punto il chiaro e la chiave vengono "sommati" proprio come nel cifrario di Vigenere.

Ma come generare e scambiarsi una chiave infinita?

Ovviamente ci si deve limitare a una chiave molto lunga memorizzata su un nastro o simile. Un nastro *usa e butta*. Quando finisce occorre generarne uno nuovo e scambiarselo di nuovo.

In inglese ha anche il nome di *One time pad*.

<http://www.crittologia.eu/critto/vernam.html>

Macchine [pseudo]Vernam

- L'idea di Vernam suggerì quella di costruire macchine in grado di generare sequenze casuali, in verità quasi sempre pseudo-casuali, avendo un periodo.
- La più famosa fu la macchina Lorenz usata dagli alti comandi tedeschi durante la II Guerra mondiale: una serie di rotori simulava un verme pseudo-casuale; gli inglesi riuscirono a decrittartarla ma dovettero costruire il primo computer il Colossus per riuscirci in tempi brevi.
- Veramente casuale la macchina Hagelin RT basata su un nastro perforato (5 fori) con procedimenti chimici che dovrebbero essere *imprevedibili*. I nastri vanno rinnovati periodicamente.



La fine

Grazie per l'attenzione